

# 南投縣西嶺國民小學校訂課程設計教案

【第一學期】

領域/科目	彈性-邏輯推理		設計者	柳宏雄
實施年級	五年級		總節數	共 21 節，840 分鐘
單元名稱	數的邏輯、比較型邏輯、機率邏輯、規律邏輯			
設計依據				
學習重點	學習表現	國語 1-III-3 判斷聆聽內容的合理性，並分辨事實或意見。 數學 d-III-2 能從資料或圖表的資料數據，解決關於「可能性」的簡單問題。	核心素養	國-E-A2 透過國語文學習，掌握文本要旨、發展學習及解決問題策略、初探邏輯思維，並透過體驗與實踐，處理日常生活問題。 數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。
	學習內容	國語 Bc-III-1 具邏輯、客觀、理性的說明，如科學知識、產品、環境等。 數學 R-5-3 以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。		
教材來源	自編			
教學設備/資源				
學習目標				
1. 判斷命題的符號、圖表等資料，解決具邏輯性的說明可能的答案。 2. 判斷聆聽內容的合理性，並分辨科學知識事實。				

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
<p>單元一：數的邏輯(第一節~第六節)</p> <p>活動一：奇妙的整除數</p> <p>一、【老師布題】：</p> <p>有一種奇妙的正整數，當它加上 2，可以被 2 整除；當它加上 3，可以被 3 整除；(中間省略以此類推)當它加上 9，可以被 9 整除。請問，這個數字最小是多少呢？</p>	80 分	<p>能專注聆聽並參與討論，適時發表自己的想法。</p> <p>能自己思考、嘗試解題，並和小組歸納檢討訂正。</p>

- 二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。  
 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。  
 三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

**活動二：我愛學數 $\times 4 =$ 數學愛我**

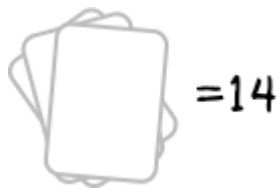
- 一、【老師布題】：  
 「我愛學數」代表一個不同數字的四位數，如果：我愛學數 $\times 4 =$ 數學愛我，請問「愛」代表哪一個數字？
- 二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。  
 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。  
 三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

80 分

**活動三：三人猜數字**

- 一、【老師布題】：  
 爸爸發給小金、小楷、小治三人各一張撲克牌，爸爸說：  
 「你們三個人拿到的數字和是 14；你們只看自己的牌，能猜出其他兩人拿到什麼數字嗎？」  
 小金：「嗯，我只知道小楷跟小治的數字一定不同。」  
 小楷對小金說：「我還知道我跟你的數字一定也不同。」  
 小治說：「那這樣我就知道你們兩個的數字了。」  
 請問，他們三人到底各拿到什麼數字呢？

80 分



- 二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。  
 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。  
 三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

**單元二：比較型邏輯(第七節~第十一節)**

**活動一：小朋友學英文**

- 一、【老師布題】：  
 老師拿著圖卡，要小朋友們用英文念出圖卡上動物的英文名稱；  
 老師拿出第一張圖卡，  
 第一個小朋友說：『Cat』  
 第二個小朋友說：『Dog』  
 第三個小朋友說：『Cat』  
 老師拿出第二張圖卡，  
 第一個小朋友說：『Dog』  
 第二個小朋友說：『Cat』

40 分

第三個小朋友說：『Cat』

老師笑著說，有人說對了一次，有人兩次都說對了，有人兩次都說錯了，請問，是誰只說對了一次呢？

- 二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。  
2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。
- 三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

#### 活動二：誠實村的五間房

一、【老師布題】：

誠實村，有五間不同顏色的房子併排在一起，而屋主們正在對面的涼亭內聊天。

房子顏色：紅、綠、藍、黃、白。

屋主：A、B、C、D、E、F。其中有一個是從隔壁村的說謊村來作客的

現在要你從他們的聊天中，知道他們各是哪一間房子的主人、誰是說謊村來的，以及房子顏色的排序：

- A：「我住在紅色房子。」  
B：「我住在最右邊的房子。」  
C：「我住在A與F的房子隔壁。」  
D：「我住的房子與藍色房子之間相隔兩間房子。」  
E：「我住的房子隔壁沒有暖色系(紅、黃)房子。」  
F：「我住的房子被夾在D的房子跟白色房子中間。」

- 二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。  
2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。
- 三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

#### 活動三：不同國籍的六個人

一、【老師布題】：

有國籍不同的六個人，國籍分別為美國、德國、英國、法國、俄羅斯、義大利，

名字分別為A、B、C、D、E、F，已知：

1. A和美國籍是醫生
2. E和俄國籍是教師
3. C和德國籍是技師
4. B和F曾經當過兵，而德國籍沒當過兵
5. 法國籍比A年齡大，義大利比C年齡大
6. B和美國籍下週要到英國旅行，C和法國籍下週要去瑞士渡假

試問：A B C D E F 各為哪國人？

- 二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。  
2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

80分

80分

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

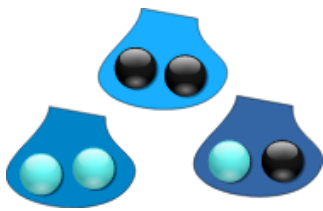
### 單元三：機率邏輯(第十二節~第十六節)

#### 活動一：囊中取物

一、【老師布題】：

You have three bags, each containing two marbles. Bag A contains two white marbles, Bag B contains two black marbles, and Bag C contains one white marble and one black marble. You pick a random bag and take out one marble. It is a white marble.

What is the probability that the remaining marble from the same bag is also white?



二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

#### 活動二：百萬獎金腦力戰

一、【老師布題】：

百萬獎金腦力戰的製作單位要開一個新的小單元：

在箱子中放入兩顆紅球、一顆黑球、若干顆白球，參賽者在看不到球的顏色的狀態下，從箱子抽出一顆顆球；抽到黑色球則遊戲結束，若能在抽到黑色球之前先抽出兩顆紅色球，就可以帶走獎金。製作單位希望只有  $1/3$  的參賽者能拿走獎金，請問，製作單位應該在箱中放入多少顆白球才能達到這個目的呢？



二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

#### 活動三：鄰居的孩子

一、【老師布題】：

(1)

你有一個不太熟的鄰居。你只知道他有兩個孩子，但不曉得孩子們是男是女。有一天，你偶然和鄰居有機會聊天。

40 分

80 分

80 分

鄰居：「我至少有一個女兒。」雖然納悶為何他不告訴你詳細一點，不過你也沒有多問。那麼，這位鄰居有兩個女兒的機率是多少？

(2)

你有另一個不太熟的鄰居。你只知道他有兩個孩子，但不曉得孩子們是男是女。有一天，你看到鄰居正和一個小女孩在他家的庭院玩耍。你：「你女兒嗎？真可愛！」，鄰居笑著點點頭。「嗨~ 小妹妹~」你殷勤地問候。但女孩卻開始大哭，然後被一臉尷尬的鄰居哄著帶回家去了。

那麼，這位鄰居有兩個女兒的機率是多少？

二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

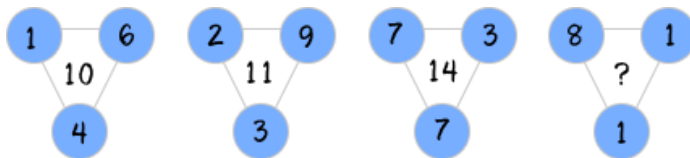
#### 單元四：規律邏輯(第十七節~第二十一節)

40 分

##### 活動一：三角形規律的陷阱

一、【老師布題】：

下圖三角形中央的數字，是由三角形周圍的數字根據某種簡單規律計算出來的，請問，最後的問號處應該填上什麼數字呢？



二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

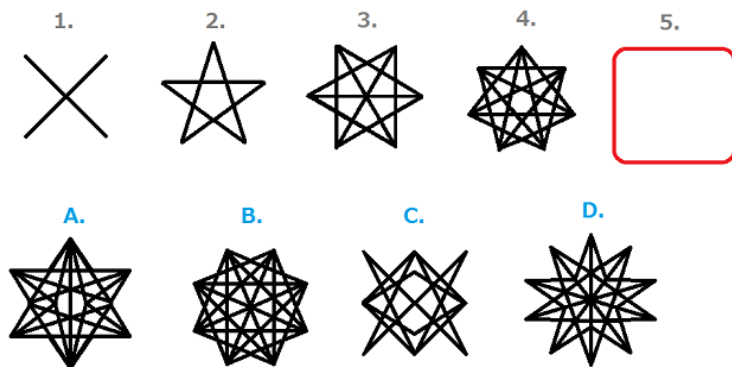
2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

80 分

##### 活動二：圖形找規律

一、【老師布題】：



二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

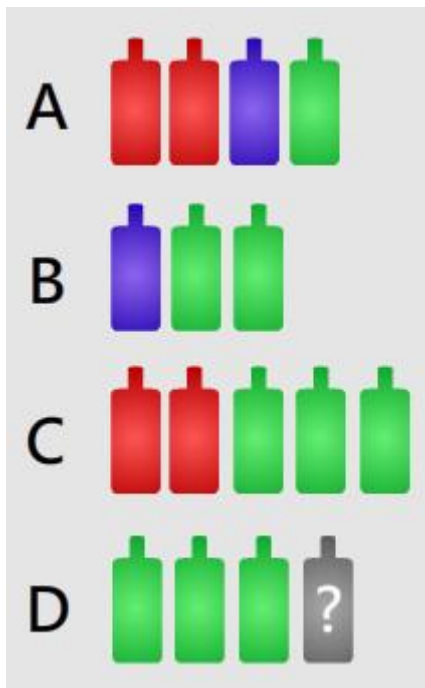
<p>2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。</p> <p>三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。</p> <p><b>活動三：數字排列規律</b></p> <p>一、【老師布題】：</p> <p>下面的一行行數字是照著某些規律寫成的，請寫出下一行數字。</p> <p>1</p> <p>1 1</p> <p>2 1</p> <p>1 2 1 1</p> <p>1 1 1 2 2 1</p> <p>3 1 2 2 1 1</p> <p>1 3 1 1 2 2 2 1</p> <p>??????????</p> <p>二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。</p> <p>2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。</p> <p>三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。</p>	80 分	
<p>試教成果：（非必要項目）</p>		
<p>參考資料：<a href="http://gameschool.cc/puzzle/selected/c22/?o=date">http://gameschool.cc/puzzle/selected/c22/?o=date</a></p>		

【第二學期】

領域/科目	邏輯推理		設計者	柳宏雄
實施年級	五年級		總節數	共 21 節，840 分鐘
單元名稱	數的邏輯、比較型邏輯、機率邏輯、規律邏輯			
設計依據				
學習重點	學習表現	國語 1-III-3 判斷聆聽內容的合理性，並分辨事實或意見。 數學 d-III-2 能從資料或圖表的資料數據，解決關於「可能性」的簡單問題。	核心素養	國-E-A2 透過國語文學習，掌握文本要旨、發展學習及解決問題策略、初探邏輯思維，並透過體驗與實踐，處理日常生活問題。 數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。
	學習內容	國語 Bc-III-1 具邏輯、客觀、理性的說明，如科學知識、產品、環境等。 數學 R-5-3 以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。		
教材來源	自編			
教學設備/資源				
學習目標				
<p>1. 判斷命題的符號、圖表等資料，解決具邏輯性的說明可能的答案。</p> <p>2. 判斷聆聽內容的合理性，並分辨科學知識事實。</p>				

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
<p>單元一：數的邏輯(第一節~第五節)</p> <p>活動一：三個小孩的年齡</p> <p>一、【老師布題】：</p> <p>劉教授和金教授是一起唸數學系的同窗好友，畢業多年後的同學會又再次相聚，兩個人聊了起來：</p> <p>劉教授：『聽說你有 3 個小孩，他們多大啦？』</p> <p>金教授：『他們 3 個的年齡乘積是 36，年齡總和剛好跟今天日期一樣。』</p>	80 分	<p>能專注聆聽並參與討論，適時發表自己的想法。</p> <p>能自己思考、嘗試解題，並和小</p>

<p>劉教授：『嗯.....，這樣我還是不確定他們幾歲....』</p> <p>金教授：『啊！我得先走了，還要去帶我的小女兒打預防針，她的哥哥們幾年前都打過了。』</p> <p>請問，<u>金教授</u>的三個小孩各是幾歲？</p> <p>二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。</p> <p>三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。</p>	80 分	組歸納檢討訂正。
<p><b>活動二：最後剩下幾號？</b></p> <p>一、【老師布題】： 有上面標著 1~50 號的 50 張紙卡，照著順序疊成一疊，1 在最上面，50 在最下面； 小金拿著這疊紙卡，先把第一張丟掉，再把下一張放在桌上，這樣反覆一張丟掉、一張放桌上，一直到手中的紙卡發完為止，然後小金再拿起桌上的那剩一半的紙卡，重覆剛剛的動作從小排到大，一張丟掉一張放桌上，就這樣反覆把桌上剩餘的紙卡拿起來發掉，請問到最後桌上剩餘的那一張紙卡是幾號？</p> <p>二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。</p> <p>三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。</p>	40 分	
<p><b>活動三：問號的真面目</b></p> <p>一、【老師布題】： 觀察下列算式，最後一個算式的「？」是多少？ 1+4=5 2+5=12 3+6=21 8+11=?</p> <p>二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。</p> <p>三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。</p>		
<p><b>單元二：比較型邏輯(第六節~第十節)</b></p> <p><b>活動一：飲料的價錢</b></p> <p>一、【老師布題】： 已知下圖中，ABCD 四份飲料各自的總價是相同的。請問 D 還缺一瓶什麼？</p>	40 分	

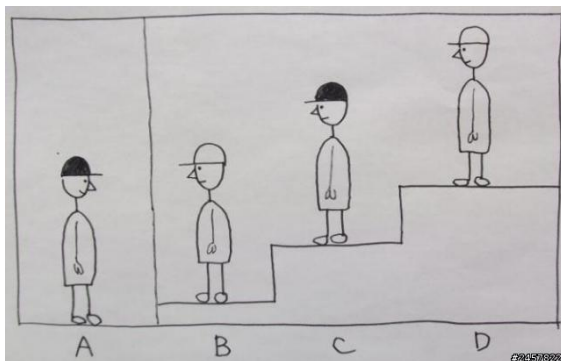


- 二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。  
 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。  
 三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

**活動二：帽子問題**

一、【老師布題】：

4 個小朋友站在房間裡如圖



他們只知道下列條件且得遵守些規則.

1. 房間裡只有他們 4 個人
2. 4 個人中 2 個人有戴黑色的帽子, 2 個人則有戴白色的帽子
3. A 與 B、C、D 之間有牆壁, 兩邊彼此看不見
4. 他們都不知道自己到底有戴什麼顏色的帽子
5. 不得把自己的帽子拿下來看
6. 不得轉頭去看後面的人, 但看得到前面人的帽子顏色

外面的老師如此問他們；誰知道自己帽子的顏色, 請回答.

之後一陣子沒人回答, 但過了不久只有一個人回答且答對了, 請問是誰?

二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

80 分

2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

### 活動三：八顆糖果真假話

一、【老師布題】：

桌上放著八顆糖果，小金說其中有一顆是他的，小楷說其中有三顆是他的，小治說其中有七顆是他的；咦？加起來怎麼超過八顆？看來有人為了想多拿糖果說了謊。

小金說：『小治說謊！』

小楷說：『小金跟小治都說謊！』

小治說：『小楷說謊！』

請問，他們三人到底各有幾顆糖果呢？

二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

### 單元三：機率邏輯(第十一節~第十五節)

#### 活動一：三門問題

一、【老師布題】：

假設你正在參加一個遊戲節目，你被要求在三扇門中選擇一扇：其中一扇後面有一輛車；其餘兩扇後面則是山羊。你選擇了一道門，假設是一號門，然後知道門後面有什麼的主持人，開啟了另一扇後面有山羊的門，假設是三號門。他然後問你：「你想選擇二號門嗎？」轉換你的選擇有多少機率得到汽車？

二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

#### 活動二：迷之骰

一、【老師布題】：

吃完西餐後，小治和小楷回到家，但是不知道要做什麼。

小治突然想到一個主意，並拿出了一些骰子。其中小治拿起一顆六面的骰子給小楷看，上面的其中四面寫著5、10、13、1。小治說：「小楷你也選一顆骰子，然後我們來比誰丟出的點數比較大。」小楷便物色了一個正二十面體的骰子，上面每一面各寫著1~20。突然小楷想到了一件事：「等等！你該不會剩下兩面都非常大吧，這樣你就絕對會贏我。」小治：「我讓你後選骰子也讓你看看四面了，要說不公平的也是我吧...好啦，我再給你看一個面：『15。』這樣可以了嗎？」

小楷：「好，我還是用這顆骰子。」

小治：「恩，那等我一下，我去上個廁所。」

80分

80分

80分

其實小治不是去上廁所，是要在第六面寫上他想寫的數字，這樣他才可以贏小楷啊！但是他不可以寫太大，要不然到時候小楷又在亂鬧了。請問：在兩顆骰子都是公平骰子、小治贏過小楷的機率大於輸的機率的情況下，小治的骰子的第六個面要寫上的數字最小值是多少？(只能寫正整數)

(一個人贏了是指他骰出的點數大於對方骰出的點數)

二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

### 活動三：單選題

一、【老師布題】：

你拿到期末考卷的題目時，鬆了一口氣，因為老師仁慈地出了選擇題（而非困難的計算或申論）。題目滿分 100 分，共 20 題，一題 5 分；一題有 ABCD 四個選項，單選不倒扣。

你飛快地在答案紙上填答；所幸這週惡補課業有成果，作答還算順利。可是後來你楞住了。

20 題之中，你有 15 題會寫（也有把握寫對），但是剩下的 5 題... 你毫無頭緒。所以你只好決定用猜的。

根據老師出題的習慣，他出選擇題時，答案為 A、B、C、D 的數量都一樣。你統計了一下，你寫的 15 題之中，有 3 個 A、4 個 B、4 個 C、4 個 D。

另外，因為你期中考考的太差，你算了一下，期末考如果有 90 分以上就不會被當，但低於 90 分就糟了。那麼，你要怎麼猜這 5 題的答案呢？

(鼓勵先用直覺，怎麼猜答案對你最有利；然後再實際算算看猜中的機率~)

PS：這是數學題！所以可以算出有最有利的猜法。本題並不是要調查各位考試猜題的方式。

二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。

2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。

三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。

### 單元四：規律邏輯(第十六節~第二十節)

#### 活動一：字母顏色的規律

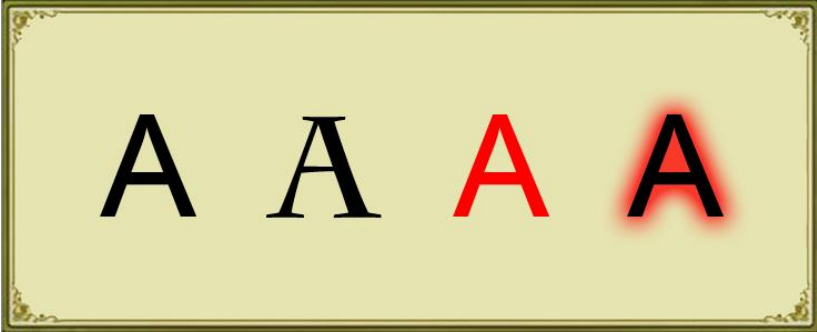
一、【老師布題】：

把 A-Z 的字母寫出來，根據某個規則決定各個字母的顏色，寫出來的字母如下：

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUV

80 分

80 分

<p>請問照著這個規律，接下來要寫的 WXYZ 各要用什麼顏色？</p> <p>二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。</p> <p>三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。</p> <p><b>活動二：例外的 A</b></p> <p>一、【老師布題】： 下圖中有個 A 對其他的 A 而言是例外的，請問是哪個 A 呢？</p> <div data-bbox="217 510 1037 840" style="text-align: center;">  </div> <p>二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。</p> <p>三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。</p> <p><b>活動三：簡單找規律</b></p> <p>一、【老師布題】： 一個數列的前四個數字是：35, 79, 1113, 1517, 請問，第五個數字應該是什麼呢？ <b>35, 79, 1113, 1517, ?</b></p> <p>二、1. 【學生解題】：利用條件去思考解題。 2. 【學習單一練習】先個別解題再小組討論。</p> <p>三、【學生腦力激盪】：教師與學生的歸納活動與檢討。</p>	40 分	
<p><b>試教成果：（非必要項目）</b></p>		
<p><b>參考資料：</b></p> <p><a href="http://gameschool.cc/puzzle/selected/c22/?o=date">http://gameschool.cc/puzzle/selected/c22/?o=date</a></p> <p><a href="https://www.businesstoday.com.tw/article/category/183034/post/202007090027/">https://www.businesstoday.com.tw/article/category/183034/post/202007090027/</a></p> <p><a href="https://zh.wikipedia.org/zhtw/%E8%92%99%E6%8F%90%E9%9C%8D%E7%88%BE%E5%95%8F%E9%A1%8C">https://zh.wikipedia.org/zhtw/%E8%92%99%E6%8F%90%E9%9C%8D%E7%88%BE%E5%95%8F%E9%A1%8C</a></p>		
<p>學生回饋</p>	<p>教師省思</p>	
<p>1. 以前從來沒有上過這樣的課程，雖然難，但是邏輯題目很有趣，有點像打遊戲闖關。</p> <p>2. 少數題目不難，只是我們沒有想過這樣的解題方式，能讓腦袋用不同的方式思考，很棒。</p> <p>3. 原本以為機率很難，但老師用『猜選擇題』</p>	<p>1. 學生上課較專注，不同於傳統課程多為老師講課，學生自己動腦或和同學討論，有挑戰的興致。</p> <p>2. 部分題目也難倒大人，但在小孩身上看見不同的思考模式，也許有時大人的思維已僵化，小孩反而富創意。</p>	

的例子讓我發現，原來亂猜也是有策略的，這對我以後考試很有幫助。

4. 規律推理（如三角形個數）一開始很難看出公式，需要動手畫圖或用積木排出來才比較好理解。

3. 教學策略的有效性的優點：使用「邏輯矩陣表 (Matrix)」極為成功。對於五年級學生而言，將抽象的文字命題（如：國籍與職業配對）轉化為視覺化的符號（圈與叉），能有效降低認知負荷，落實教案中「判斷命題圖表」的學習目標。

4. 核心素養的連結：本教案成功結合了「國語領綱」的辨識事實與意見。我發現學生在解題時能理性分析，但在討論時仍容易帶入主觀偏見。

活動照片



附錄(一) 評量標準與評分指引

<b>學習目標</b>		判斷命題的符號、圖表等資料，解決具邏輯性的說明可能的答案。				
<b>評量標準</b>						
<b>主題</b>		<b>A 優秀</b>	<b>B 良好</b>	<b>C 基礎</b>	<b>D 不足</b>	<b>E 落後</b>
<b>邏輯推理</b>	<b>表現描述</b>	能展現卓越的邏輯思辨能力，精準解析複雜命題並提出嚴謹論證。	能理解大部分邏輯命題，並在提示或小組討論後完成具難度的推理任務。	具備基本邏輯概念，能解決單一條件或直接對比的邏輯問題。	邏輯推論較為片面，需在老師引導下才能完成基礎任務。	<b>未達 D級</b>
	<b>評分指引</b>	<p>1. 能正確解決如「誠實村五間房」或「六國籍推理」等複雜多條件問題。</p> <p>2. 能歸納「數字排列」或「三角形」之深層規律，並清晰說明推導過程。</p> <p>3. 面對機率邏輯（如鄰居孩子問題）能區分不同情境下的條件機率差異。</p>	<p>1. 能獨立完成「數的邏輯」（如奇妙整除數、我愛學數）等計算型推理。</p> <p>2. 能辨識圖表與符號規律，僅在極少數極端複雜情況下需同儕協助。</p> <p>3. 參與討論積極，能分辨事實與意見的差異。</p>	<p>1. 能解決如「小朋友學英文」等直接對比型邏輯問題。</p> <p>2. 能根據已知規則（如 1~50 號卡片丟棄規則）進行手動操作並得出結果。</p> <p>3. 能判斷簡單的機率可能性，理解「囊中取物」之基本機率概念。</p>	<p>1. 僅能處理單一算式規律（如 <math>1+4=5</math> 等基礎排列）。</p> <p>2. 對於多重條件的推理（如國籍與職業配對）感到困難，僅能完成部分填答。</p> <p>3. 聆聽內容理解較表面，難以分辨命題中的邏輯陷阱。</p>	<b>未達 D級</b>
<b>評量工具</b>	課堂活動單、平時測驗卷、隨堂觀察紀錄、基礎練習單					
<b>分數轉換</b>	90-100	80-89	70-79	60-69	59 以下	

## 附錄(二)【邏輯小偵探】閱讀與推理學習單

五年 \_\_\_ 班 座號：\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

### 文本閱讀：【誰是說謊者？】

在誠實村裡，住著五個人（A, B, C, D, E），他們分別住在五間連續的房子裡。已知：

1. A 住的房子號碼是質數。
2. B 說：「我的鄰居是 D。」（如果 B 說謊，代表 D 不是他的鄰居）。
3. 誠實村的規則：只有住在「偶數號」房子的會說謊，住「奇數號」的必定說誠實話。
4. 房號是 1 到 5 號。

---

### 一、提取特定訊息（層次一：找出事實）

1. 根據文本，誠實村裡「會說謊的人」住在什麼號碼的房子裡？

答：\_\_\_\_\_

2. 文本中提到的 1 到 5 號中，哪些號碼是「質數」？

答：\_\_\_\_\_

### 二、推斷直接結論（層次二：連結因果）

3. A 住的房子是質數。如果 A 住在 2 號房，請問 A 說的話是誠實的還是謊話？為什麼？

答：\_\_\_\_\_

4. 如果 B 住的是 3 號房，根據誠實村的規則，B 說的話是真的嗎？這時 D 應該住在幾號房？

答：\_\_\_\_\_

### 三、 詮釋並整合想法（層次三：跨段落推理）

5. 邏輯大挑戰：請利用下表進行排除法，找出每個人住幾號？（已知 1 號不是質數，所以 1 號會說誠實話）。

○ 提示：先從 A 開始（2, 3, 5 是質數），再看 B 住在奇數還是偶數。

房號	1 號（誠實）	2 號（說謊）	3 號（誠實）	4 號（說謊）	5 號（誠實）
住戶					

6. 請說明你是如何判斷出「誰住在 4 號房」的？請寫下你的推理過程。

答：\_\_\_\_\_

### 四、 檢驗與評估（層次四：批判與反思）

7. 在教案提到的「機率邏輯」中（例如猜答案的機率），如果你在解這題推理題時完全沒有線索，只能用「猜」的，猜中某人住幾號的機率是多少？你覺得「邏輯推理」和「隨便亂猜」最大的差別是什麼？

答：\_\_\_\_\_

8. 日常生活中，我們常會聽到別人的言論（例如廣告或網路傳聞）。這堂邏輯推理課教你的「分辨事實與意見」或是「判斷命題合理性」，可以如何幫助你不被假消息欺騙？請舉一個例子。

答：\_\_\_\_\_

## 附錄(三)

### 五上 邏輯推理 題目與解答

#### 一、數的邏輯

##### 活動一：奇妙的整除數 答對率：74%

有一種奇妙的正整數，當它加上 2，可以被 2 整除；當它加上 3，可以被 3 整除；... (中間省略以此類推)... 當它加上 9，可以被 9 整除。請問，這個數字最小是多少呢？

#### <<解析>>

題目刻意用了會讓人混亂的說法，其實，當一個數加上 2，可以被 2 整除，表示它自己就可以被 2 整除；當一個數加上 3，可以被 3 整除，表示它自己就可以被 3 整除；... 依此類推。所以這個題目其實只是變了個方式在問(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)的最小公倍數，答案就是 **2520** 囉~

##### 活動二：我愛學數×4=數學愛我 答對率：81%

「我愛學數」代表一個不同數字的四位數，如果：**我愛學數×4=數學愛我**，請問「愛」代表哪一個數字？

#### <<解析>>

『我』只能是1或2，否則乘以4後要進位，但『我』不會是1，因為『數』 $\times 4$ 不可能等於1，

所以『我』=2；而『數』必為8，因為『2』 $\times 4 = 8$ 。『愛』 $\times 4$ 的結果亦不進位，故

『愛』應是1。再經過小心驗算，則求得『學』等於7。『我愛學數 $\times 4 =$ 數學愛我』即為

『**2178 $\times 4 = 8712$** 』

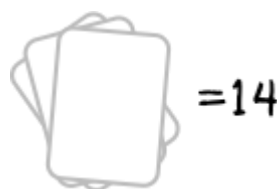
### 活動三：三人猜數字 答對率：68%

爸爸發給小金、小楷、小治三人各一張撲克牌，爸爸說：『你們三個人拿到的數字和是14；你們只看自己的牌，能猜出其他兩人拿到什麼數字嗎？』

小金：『嗯...我只知道小楷跟小治的數字一定不同。』

小楷對小金說：『我還知道我跟你的數字一定也不同。』

小治說：『那這樣我就知道你們兩個的數字了。』



請問，他們三人到底各拿到什麼數字呢？

#### <<解析>>

由小金說的話可知他拿到奇數；

由小楷說的話可知他拿到奇數，且該數字  $\geq 7$ （這樣才能確定小金一定跟他不同）；

由以上兩人說的話可知，小治一定是偶數，且  $\leq 6$ （因為小金+小楷至少是 $1+7=8$ ）；

所以小治可能是2, 4, 6，

而其中只有6時小治才能確定其它兩個人的數字，

因此可知小治拿到**6**，小楷拿到**7**，小金拿到 $14-6-7=1$ 。

## 二、比較型的邏輯

### 活動一：小朋友學英文 答對率：94%

老師拿著圖卡，

要小朋友們用英文念出圖卡上動物的英文名稱；

老師拿出第一張圖卡，

第一個小朋友說：『Cat』      第二個小朋友說：『Dog』      第三個小朋友說：『Cat』

老師拿出第二張圖卡，

第一個小朋友說：『Dog』      第二個小朋友說：『Cat』      第三個小朋友說：『Cat』

老師笑著說，

有人說對了一次，有人兩次都說對了，有人兩次都說錯了，請問，是誰只說對了一次呢？

### <<解析>>

有人兩次都說對了，所以兩張圖卡不是貓就是狗，而前兩個小朋友兩次說的結果是完全相反的，如果其中一個有說對一次，那麼另一個人應該也是說對一次，最後說對一次的會有兩個人，與事實不符，所以說對一次的只能是**第三個小朋友**。

	CD	DC
小朋友 1	VV	XX
小朋友 2	XX	VV
小朋友 3	VX	XV
說對了一次	K3	K3
兩次都說對了	K1	K2
兩次都說錯了	K2	K1

(K 為小朋友 C 為 Cat D 為 Dog V 為答對 X 為答錯)

### 活動二：誠實村的五間房 答對率：76%

誠實村，有五間不同顏色的房子併排在一起，而屋主們正在對面的涼亭內聊天。

房子顏色：紅、綠、藍、黃、白。

屋主：A、B、C、D、E、F。其中有一個是從隔壁村的說謊村來作客的

現在要你從他們的聊天中，知道他們各是哪一間房子的主人、誰是說謊村來的，以及房子顏色的排序：

A：「我住在紅色房子。」

B：「我住在最右邊的房子。」

C：「我住在 A 與 F 的房子隔壁。」

D：「我住的房子與藍色房子之間相隔兩間房子。」

E：「我住的房子隔壁沒有暖色系(紅、黃)房子。」

F：「我住的房子被夾在 D 的房子跟白色房子中間。」

### <<解析>>

紅 黃 綠 白 藍  
A D F E B

**C是說謊村的人**

要解開這題，首先要先抓出誰是說謊村的人，才能夠刪除掉混淆判斷的敘述。

另一個關鍵也在於理解說謊村的人會以什麼形式說謊，以下是原本句子的說謊版本：

- A：「我不是住在紅色房子。」
- B：「我不是住在最右邊的房子。」
- C：「我不是住在A與F的房子中間。」
- D：「我不是住在與藍色房子相隔兩間房子的房子。」
- E：「我不是坐在隔壁沒有暖色系(紅、黃)房子的房子。」
- F：「我不是住在被夾在D的房子跟白色房子中間的房子。」

很重要的一個關鍵，是「在所有對話中被提及兩次的人，一定是誠實村的人」。因為兩個之中必然有一個是誠實的，也就代表對話中的「他」真的存在。

D被F和自己提到過，F被C和自己提到過，因此他們必是在說真話。整理可得出下表。

D	F		
		白	藍

或是

		F	D
藍	白		

另外，A被C和自己提到過，因此他也是在說真話。嘗試假設C也是在說真話，馬上發現了矛盾。

D	F	C	A
		白	藍/紅?

因此C必定來自說謊村。所以B在說真話。同時考慮A和他的紅色房子可得出下表：

A	D	F		B
紅			白	藍

接下來的推導就簡單了：

A	D	F	E	B
紅	黃	綠	白	藍

**活動三：不同國籍的六個人** 答對率：87%

有國籍不同的六個人，國籍分別為美國、德國、英國、法國、俄羅斯、義大利，名字分別為A、B、C、D、E、F，已知：

1. A和美國籍是醫生

2. E和俄國籍是教師
  3. C和德國籍是技師
  4. B和F曾經當過兵，而德國籍沒當過兵
  5. 法國籍比A年齡大，義大利比C年齡大
  6. B和美國籍下週要到英國旅行，C和法國籍下週要去瑞士渡假
- 試問：A B C D E F各為哪國人？

<<解析>>

A為義大利人 B為俄羅斯人 C為英國人 D為德國人 E為法國人 F為美國人

	美國	德國	英國	法國	俄羅斯	義大利
A						
B						
C						
D						
E						
F						

先畫一個表格

根據1刪去A的美國

根據2刪去E的俄羅斯

根據3刪去C的德國

根據4刪去B和F的德國

根據5刪去A的法國，C的義大利

根據6刪去B的美國和英國，C的法國

然後變成下列表格

	美國	德國	英國	法國	俄羅斯	義大利
A	×			×		
B	×	×	×			
C		×		×		×
D						
E					×	
F						

再由1~3.可以得知：

A是醫生，不是美、俄、德

C是技師，也不是美、俄、德

E是教師，也不是美、俄、德

再畫一個表格

	美國	德國	英國	法國	俄國	義大利
A	×	×		×	×	
B	×	×	×			
C	×	×		×	×	×
D						

E	×	×			×	
F		×				

所以依序判斷出

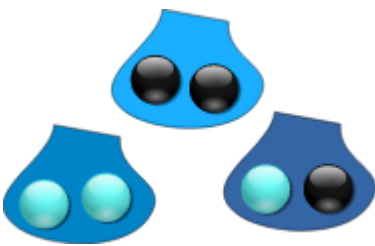
C 為英國人 D 為德國人 F 為美國人 B 為俄國人 E 為法國人 A 為義大利人

### 三、機率邏輯

#### 活動一：囊中取物

You have three bags, each containing two marbles. Bag A contains two white marbles, Bag B contains two black marbles, and Bag C contains one white marble and one black marble. You pick a random bag and take out one marble. It is a white marble.

What is the probability that the remaining marble from the same bag is also white?



<<解析>>

Our Solution:

$\frac{2}{3}$  (not  $\frac{1}{2}$ )

You know that you do not have Bag B (two black marbles) so there are three possibilities

You chose Bag A, first white marble. The other marble will be white  
 You chose Bag A, second white marble. The other marble will be white  
 You chose Bag C, the white marble. The other marble will be black  
 So 2 out of 3 possibilities are white.

Why not 1/2? You are selecting marbles, not bags.

## 活動二：百萬獎金腦力戰 答對率：78%

百萬獎金腦力戰的製作單位要開一個新的小單元：

在箱子中放入兩顆紅球、一顆黑球、若干顆白球，  
參賽者在看不到球的顏色的狀態下，從箱子抽出一顆顆球；  
抽到黑色球則遊戲結束，  
若能在抽到黑色球之前先抽出兩顆紅色球，就可以帶走獎金。

製作單位希望只有  $1/3$  的參賽者能拿走獎金，  
請問，製作單位應該在箱中放入多少顆白球才能達到這個目的呢？



### <<解析>>

是否能拿到獎金只取決於紅黑兩色球抽出的先後順序，  
與它們各是第幾顆被抽出的無關，所以結果不會被白球數量影響；

紅黑兩色球被抽出的先後順序可能狀況有：『紅紅黑』、『紅黑紅』、『黑紅紅』三種，  
能拿到獎金的狀況只有『紅紅黑』這一種，  
發生的機率是  $(2/3) \times (1/2) \times 1 = 1/3$ 。

## 活動三：鄰居的孩子 答對率：65%

(1)

你有一個不太熟的鄰居。你只知道他有兩個孩子，但不曉得孩子們是男是女。有一天，你偶然和鄰居有機會聊天…

鄰居：「我至少有一個女兒。」

雖然納悶為何他不告訴你詳細一點，不過你也沒有多問。

那麼，這位鄰居有兩個女兒的機率是多少？

(2)

你有另一個不太熟的鄰居。你只知道他有兩個孩子，但不曉得孩子們是男是女。有一天，你看到鄰居正和一個小女孩在他家的庭院玩耍…

你：「你女兒嗎？真可愛！」，鄰居笑著點點頭。

「嗨~ 小妹妹~」你殷勤地問候。

但女孩卻開始大哭，然後被一臉尷尬的鄰居哄著帶回家去了。  
那麼，這位鄰居有兩個女兒的機率是多少？

### <<解析>>

(1)

因為兩個孩子之間的性別是獨立的，故有以下四種可能的情形：

老大	老二
男	男
男	女
女	男
女	女

由於生男生女機率各半，故以上每種情形發生的機率相等。

由鄰居的話可排除第一種情形，剩下 3 種（黃底的）。

其中兩個女兒的情況有 1 種，故機率為  $1 / 3$ 。

(2)

因為兩個孩子「被你遇見」的機率各是  $1/2$ ，且互相獨立。故有以下四種情形：

被你遇見的孩子	沒被你遇見的孩子
男	男
男	女
女	男
女	女

以上每種情形發生的機率相等。

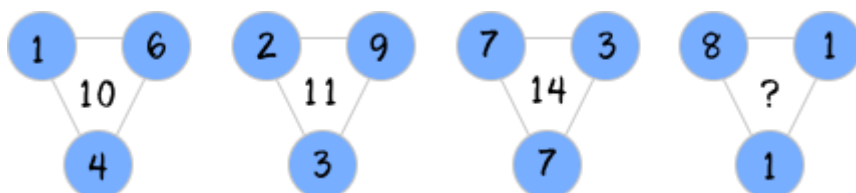
因為你遇見的是女孩，故可排除前兩種情形，剩下 2 種（黃底的）。

其中兩個女兒的情況有 1 種，故機率為  $1 / 2$ 。

## 四：規律邏輯

### 活動一：三角形規律的陷阱 答對率：54%

下圖三角形中央的數字，是由三角形周圍的數字根據某種簡單規律計算出來的，請問，最後的問號處應該填上什麼數字呢？

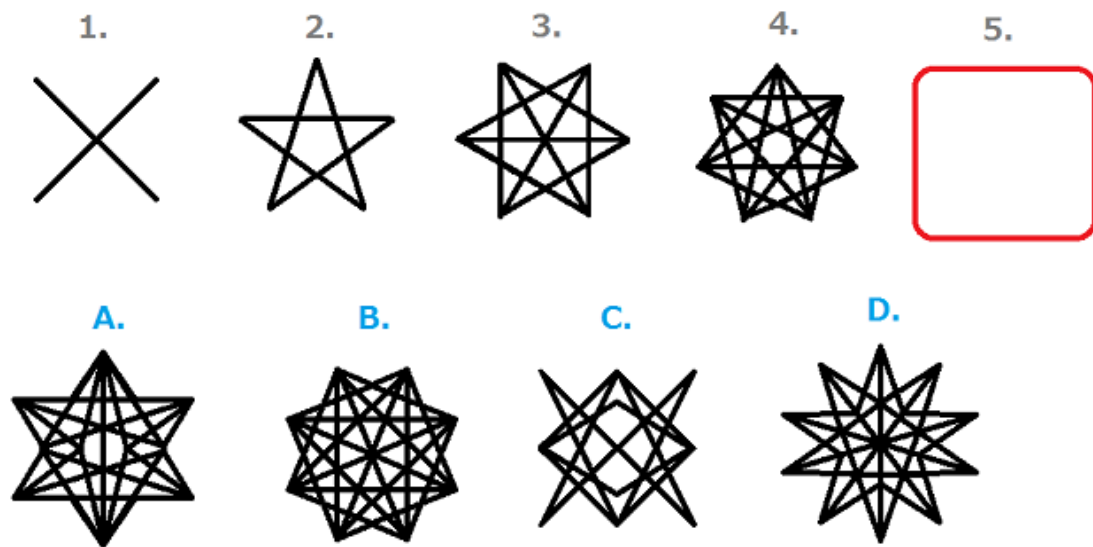


## <<解析>>17

每一個三角形中央的數字，都是它前一個三角形周圍的三個數字之和。

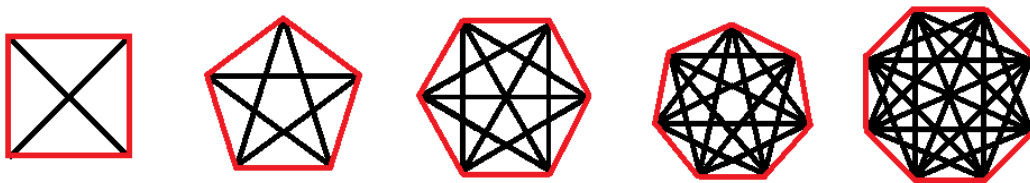
本題考的重點在於先入為主的觀念跟語意的陷阱，讓人容易把各個三角形分開各自找它們中央跟周圍的規律，就很難找到答案，但跳脫原來思考的規範，簡單的規律就跑出來囉！

## 活動二：圖形找規律 答對率：97%



## <<解析>>B

其實就是正四、五、六、七、八邊形的所有對角線



## 活動三：數字排列規律 答對率：71%

下面的一行行數字是照著某些規律寫成的，請寫出下一行數字。

1  
1 1  
2 1  
1 2 1 1

1 1 1 2 2 1  
3 1 2 2 1 1  
1 3 1 1 2 2 2 1  
? ? ? ? ? ? ? ? ? ?

<<解析>>1113213211

每一行的數字都是在描述上一行的數字，  
如第二行的『1 1』表示上一行是『1個1』，  
第五行的『1 1 1 2 2 1』表示上一行是『1個1，接著1個2，接著2個1』，  
依此類推。

資料來源：

<http://gameschool.cc/puzzle/selected/c22/?o=date>

<<附錄二>>

## 五下 邏輯推理 題目與解答

### 一、數的邏輯

#### 活動一：三個小孩的年齡 答對率：76%

劉教授和金教授是一起唸數學系的同窗好友，  
畢業多年後的同學會又再次相聚，兩個人聊了起來：

劉教授：『聽說你有3個小孩，他們多大啦？』

金教授：『他們3個的年齡乘積是36，年齡總和剛好跟今天日期一樣。』

劉教授：『嗯.....，這樣我還是不確定他們幾歲....』

金教授：『啊！我得先走了，還要去帶我的小女兒打預防針，她的哥哥們幾年前都打過了。』  
請問，金教授的三個小孩各是幾歲？

<<解析>>

三個小孩的年齡乘積是36，且和不超過31，可能的組合有：

- 1, 2, 18 => 和為21

- 1, 3, 12 => 和為 16
- 1, 4, 9 => 和為 14
- 1, 6, 6 => 和為 13
- 2, 2, 9 => 和為 13
- 2, 3, 6 => 和為 11
- 3, 3, 4 => 和為 10

因為劉教授知道年齡和後仍無法判斷他們幾歲，表示年齡和是有超過一組解的 13，三個小孩的年齡可能是(1, 6, 6)或(2, 2, 9)，由金教授的最後一句話得知，最小年齡的孩子只有一個，所以答案就是(1, 6, 6)。

## 活動二：最後剩下幾號？ 答對率：78%

有上面標著 1~50 號的 50 張紙卡，照著順序疊成一疊，1 在最上面，50 在最下面；  
小金拿著這疊紙卡，先把第一張丟掉，再把下一張放在桌上，這樣反覆一張丟掉、一張放桌上，一直到手中的紙卡發完為止，然後小金再拿起桌上的那剩一半的紙卡，重覆剛剛的動作從小排到大，一張丟掉一張放桌上，就這樣反覆把桌上剩餘的紙卡拿起來發掉，



請問到最後桌上剩餘的那一張紙卡是幾號？

### <<解析>>

第一次發完後桌上剩下的紙卡是 2、4、6、8、...，可以被 2 整除的數字，第二次發完後桌上剩下的紙卡是 4、8、...，可以被 4 整除的數字，依此類推，最後發完剩下的是 2 的 N 次方可以整除的數字，且 2 的 N 次方是要小於紙卡數 50 的最大數字，也就是 32。

## 活動三：問號的真面目

觀察下列算式，最後一個算式的「？」是多少？

$$1+4=5$$

$$2+5=12$$

$$3+6=21$$

$$8+11=?$$

### <<解析>>

#### ●解答 1

大部分人皆會使用加法的方式來解題，將前一個算式的總合，加至下一行的算式中，即可符合題目的邏輯。最後空格的答案會得到「40」。

$$1+4=5$$

$$(2+5)+5=12$$
$$(3+6)+12=21$$
$$(8+11)+21=40$$

●解答 2

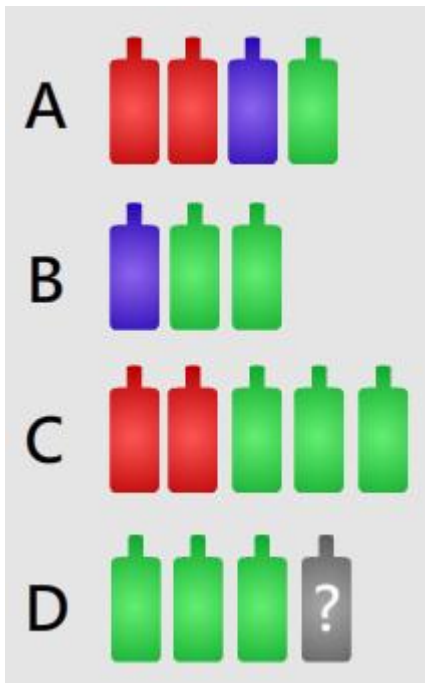
如同引言所說，你要跳出框架思考，一般人比較不會使用乘法去思考，只要將算式的數字拆解，最後空格的答案會得到「96」，同樣符合題目的邏輯。

$$1 \times (1+4)=5$$
$$2 \times (1+5)=12$$
$$3 \times (1+6)=21$$
$$8 \times (1+11)=96$$

## 二、比較型的邏輯

### 活動一：飲料的價錢 答對率：97%

已知下圖中，ABCD 四份飲料各自的總價是相同的。請問 D 還缺一瓶什麼？

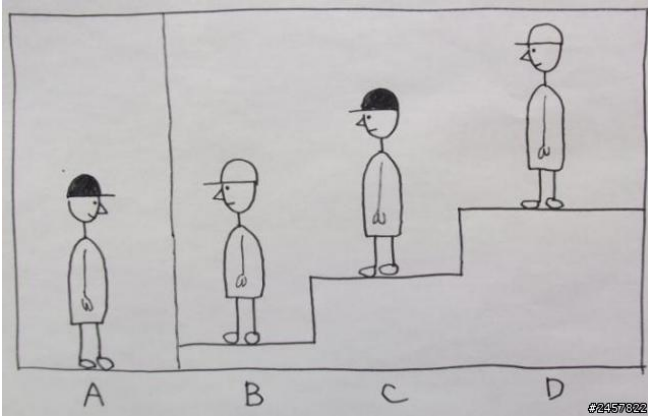


<<解析>>

拿 A 與 B 比即知：1 綠瓶=2 紅瓶，拿 C 與 D 比即知：缺的 1 瓶飲料=2 紅瓶，→ 缺的飲料 = 綠瓶

## 活動二：帽子問題 答對率：80%

4 個小朋友站在房間裡如圖



他們只知道下列條件且得遵守些規則。

1. 房間裡只有他們 4 個人
2. 4 個人中 2 個人有戴黑色的帽子, 2 個人則有戴白色的帽子
3. A 與 B、C、D 之間有牆壁, 兩邊彼此看不見
4. 他們都不知道自己到底有戴什麼顏色的帽子
5. 不得把自己的帽子拿下來看
6. 不得轉頭去看後面的人, 但看得到前面人的帽子顏色

外面的老師如此問他們；誰知道自己帽子的顏色, 請回答。

之後一陣子沒人回答, 但過了不久只有一個人回答且答對了, 請問是誰?

### <<解析>>C

C 已能知道, 前面是白, 他必需要推測自己的帽色,

一陣子沒人回答" 代表說 D 也不知道 所以 D 看到的兩頂一定是一白一黑所以他無法猜出。

C 只要等待 D 是否會回答, 如果 BC 是白白 那 D 肯定會回答黑, 如果 D 沒回答代表一黑一白, 已知 B 是白了 所以可以推測自己是黑的。

## 活動三：八顆糖果真假話 答對率：61%

桌上放著八顆糖果,

小金說其中有一顆是他的, 小楷說其中有三顆是他的, 小治說其中有七顆是他的;

咦? 加起來怎麼超過八顆? 看來有人為了想多拿糖果說了謊...

小金說: 『小治說謊!』

小楷說: 『小金跟小治都說謊!』

小治說: 『小楷說謊!』

請問，他們三人到底各有幾顆糖果呢？

## <<解析>>

**小金說謊，他沒有半顆糖果；小楷也說謊，他只有一顆糖果；小治說實話，他有七顆糖果。**

假設1：小金沒說謊，那麼小治說謊了：「小治說小楷說謊」是謊言，所以小楷沒說謊，那麼小楷說的就是對的，「小金小治說謊」，與假設衝突。

假設2：小楷沒說謊，那麼小金小治都說謊了：「小金說小治說謊」是謊言，所以小治沒說謊，小治說小楷說謊，與假設衝突；「小治說小楷說謊」是謊言，小楷沒說謊，雖然不與假設衝突，但此假設要成立的理由是推論必須合理，小金的謊言推論已經衝突。

假設3：小治沒說謊，那麼小楷說謊了：「小楷說小金小治說謊」是謊言，有三種可能：小金說謊小治沒說謊、小金沒說謊小治說謊、小金小治都沒說謊 都可成立。如果小金說謊小治沒說謊，「小金說小治說謊」是謊話，所以小治沒說謊，符合；小金沒說謊小治說謊，與假設衝突；小金小治都沒說謊，但小金說小治說謊，與前提衝突。

由此可見，小金小楷說謊，小治沒說謊，小治說有7顆，小金說1顆是謊言，但又剩下一顆，所以一顆是小凱的，小金0顆。

## 三、機率邏輯

### 活動一：三門問題

假設你正在參加一個遊戲節目，你被要求在三扇門中選擇一扇：其中一扇後面有一輛車；其餘兩扇後面則是山羊。你選擇了一道門，假設是一號門，然後知道門後面有什麼的主持人，開啟了另一扇後面有山羊的門，假設是三號門。他然後問你：「你想選擇二號門嗎？」轉換你的選擇有多少機率得到汽車？

## <<解析>>

有三種可能的情況，全部都有相等的可能性（1/3）：

- 參賽者挑汽車，主持人挑兩頭羊的任何一頭。轉換將失敗。
- 參賽者挑A羊，主持人挑B羊。轉換將贏得汽車。
- 參賽者挑B羊，主持人挑A羊。轉換將贏得汽車。

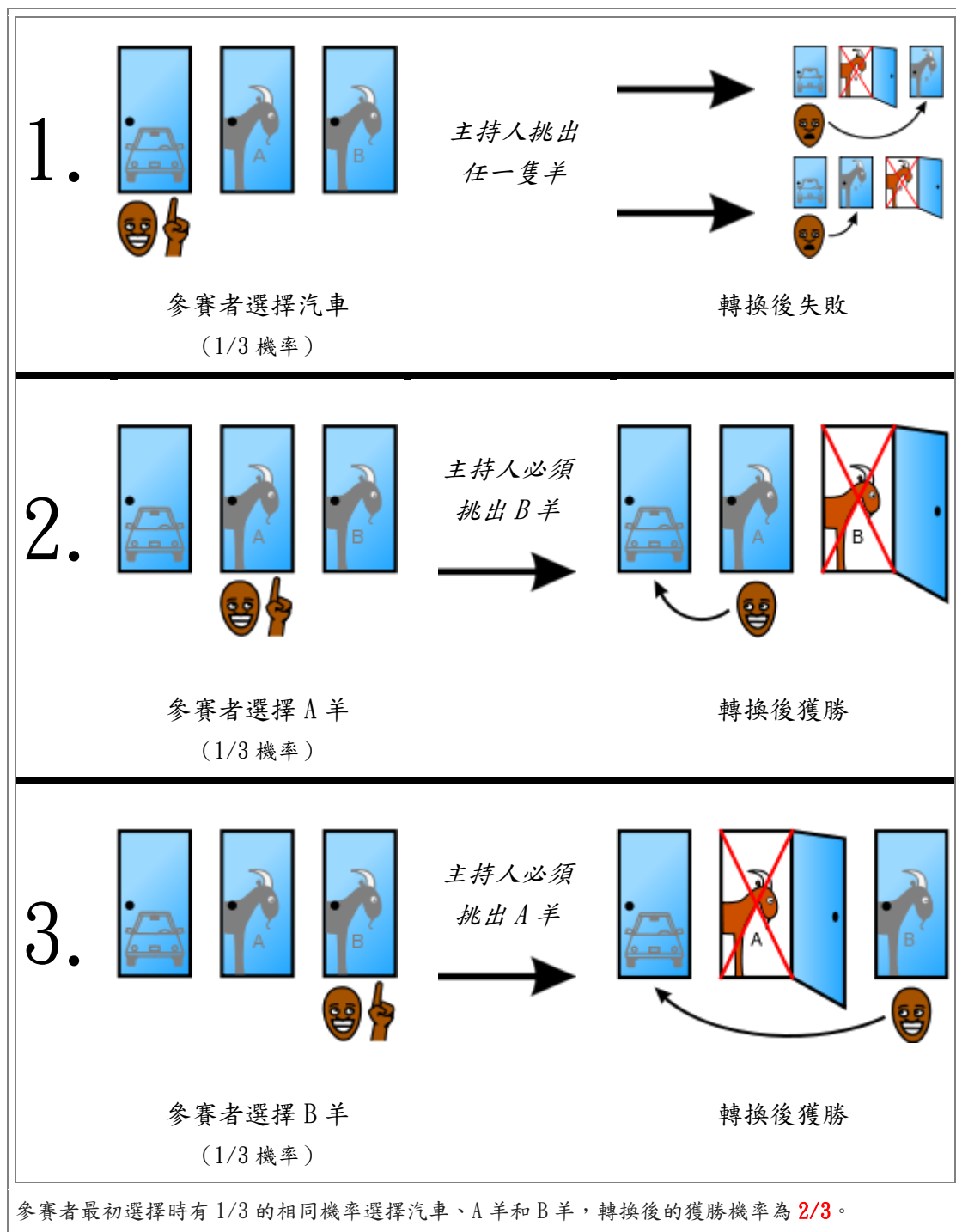
問題是：關於第一種可能性的表述可以分成兩種可能嗎？

- 參賽者挑汽車，主持人挑A羊。轉換將失敗。
- 參賽者挑汽車，主持人挑B羊。轉換將失敗。

在後兩種情況，參賽者可以透過轉換選擇而贏得汽車。第一種情況是唯一一種參賽者透過保持原來選擇而贏的情況。因為三種情況中有兩種是透過轉換選擇而贏的，所以透過轉換選擇而贏的機率是  $\frac{2}{3}$ 。

還可以用逆向思維的方式來理解這個選擇(以主持人的角度來思考)。無論參賽者開始的選擇如何，在被主持人問到是否更換時都選擇更換。如果參賽者先選中山羊，換之後百分之百贏；如果參賽者先選中汽車，換之後百分之百輸。而選中山羊的機率是  $2/3$ ，選中汽車的機率是  $1/3$ 。所以不管怎樣都換，相對最初的贏得汽車僅為  $1/3$  的機率來說，轉換選擇可以增加贏的機會。

一些更簡潔的解法：(1) 你最初選羊的機率是  $2/3$ ，而主持人選羊以後，你轉換後選羊的機率就是你最初選車的機率， $1/3$ 。(2) 你最初選車的機率是  $1/3$ ，而主持人選羊以後，你轉換後選車的機率就是你最初選羊的機率， $2/3$ 。(3) 你最初選車的機率為  $1/3$ ，車在另外兩個門後的機率為  $2/3$ ，主持人選羊以後，車在最後那張門後的機率還是原來兩張門後有車的機率， $2/3$ 。



## 活動二：迷之骰

吃完西餐後，小治和小楷回到家，但是不知道要做什麼。

小治突然想到一個主意，並拿出了一些骰子。

其中小治拿起一顆六面的骰子給小楷看，上面的其中四面寫著 5、10、13、1

小治說：「小楷你也選一顆骰子，然後我們來比誰丟出的點數比較大。」

小楷便物色了一個正二十面體的骰子，上面每一面各寫著 1~20。

突然小楷想到了一件事：「等等！你該不會剩下兩面都非常大吧，這樣你就絕對會贏我。」

小治：「我讓你後選骰子也讓你看看四面了，要說不公平的也是我吧...好啦，我再給你看一個面：『15。』這樣可以了嗎？」

小楷：「好，我還是用這顆骰子。」

小治：「恩，那等我一下，我去上個廁所。」

其實小治不是去上廁所，是要在第六面寫上他想寫的數字，這樣他才可以贏小楷啊！

但是他不可以寫太大，要不然到時候小楷又在亂鬧了。

請問：在兩顆骰子都是公平骰子、小治贏過小楷的機率大於輸的機率的情況下，小治的骰子的第六個面要寫上的數字最小值是多少？(只能寫正整數)

(一個人贏了是指他骰出的點數大於對方骰出的點數)

### <<解析>>

當小治擲到 1 時，勝率為 0%，敗率為 95%。

當小治擲到 5 時，勝率為 20%，敗率為 75%。

當小治擲到 10 時，勝率為 45%，敗率為 50%。

當小治擲到 13 時，勝率為 60%，敗率為 35%。

當小治擲到 15 時，勝率為 70%，敗率為 25%。

先只看這五面的話，勝率為 32.5%。

考慮寫的數字在不超過 20 的情況下，會有  $1/6 * 1/20 * 6 = 1/20 = 5\%$  的機率是平手。

因此勝率應該要大於 47.5%。

所以第六面要貢獻超過 15% 的勝率。

本身的勝率要超過 90%，那只有一種情況：寫 20，勝率為 95%。

因此 **20** 即為最佳答案

## 活動三：單選題

你拿到期末考卷的題目時，鬆了一口氣，因為老師仁慈地出了選擇題（而非困難的計算或申論）。題目滿分 100 分，共 20 題，一題 5 分；一題有 ABCD 四個選項，單選不倒扣。

你飛快地在答案紙上填答；所幸這週惡補課業有成果，作答還算順利。可是後來你楞住了。

20 題之中，你有 15 題會寫（也有把握寫對），但是剩下的 5 題...你毫無頭緒。所以你只好決定用猜的。

根據老師出題的習慣，他出選擇題時，答案為 A、B、C、D 的數量都一樣。你統計了一下，你寫的 15 題之中，有 3 個 A、4 個 B、4 個 C、4 個 D。

另外，因為你期中考考的太差，你算了一下，期末考如果有 90 分以上就不會被當，但低於 90



分就糟了。

那麼，你要怎麼猜這 5 題的答案呢？

(鼓勵先用直覺，怎麼猜答案對你最有利；然後再實際算算看猜中的機率~)

PS：這是數學題！所以可以算出有最有利的猜法。本題並不是要調查各位考試猜題的方式~

## <<解析>>

猜 4 個 A 加上 1 個 B (B 可改成 C、D)

或 3 個 A 加上 2 個 B (BB 可改成 CC、DD，但是要兩個都改成一樣的才行。)

最好的猜法會根據你要考「幾分以上」而有不同。

舉例來說，如果你只要考 85 分以上就 OK 的話，剩下的 5 題就全部猜 A，這樣一定會對兩題答案是 A 的 (其它三題也一定會錯)，100% 的機率拿到 85 分。(其它的猜法比較不好，因為雖然可能更高分，但會也會冒考低於 85 分的險。)

再舉一例，如果你要考 100 分才會 pass 的話，你唯有猜 2 個 A 和 BCD 各 1 個。雖然全對的機率不高，但是若不這樣猜，你完全沒機會考 100 分。

要得 90 分，也就是剩下 5 題中要對 3 題。已知剩下的答案是 2 個 A 和 BCD 各 1 個。所以你會希望你的猜法讓 90 分以上的機率最高。

以下提供幾種猜法及得到分數的機率：(註：其中 BCD 都可互換，且五題答案的順序不重要)

猜法 \ 分數	75	80	85	90	95	100
---------	----	----	----	----	----	-----

AAAAA	0	0	1	0	0	0
AAAAB	0	2/5	2/5	1/5	0	0
AAABB	1/10	2/5	3/10	1/5	0	0
AAABC	1/10	2/5	2/5	1/20	1/20	0
AABCD	?	?	?	?	0	1/60

機率的算法不難，至少列舉所有情況去算就一定算得出來（會用排列組合也可以）。

舉例來說，猜 AAAAB 的話，共有 5 種猜法（5 題中的哪一題猜 B）。其中，B 的位置猜對的有一種，會得 90 分（因為也會猜對 2 個 A）故機率為 1/5；B 猜到答案為 C 或 D 的，共兩種，會得 85 分，機率 2/5；B 猜到答案為 A 的有兩種（有兩個答案是 A），得 80 分，機率為 2/5。

可以看出來，猜 AAABC 不比 AAABB 好（雖然可能得 95 分，但得 90 分以上的總機率較低），其實不用計算也可以想見，因為這樣猜增加了 BC 猜相反的可能性。當然，猜 AABCD 或表列以外的方法，90 分以上的機率就更低了。（表格中的？留給各位朋友算算看）

從表上得知，猜 AAAAB 或 AAABB，得 90 分以上機率最高（都是 1/5），故應當這樣猜。我個人比較喜歡 AAAAB，因為至少有 80 分，不會冒只得 75 分的險。（雖然都一樣是被當啦~）

希望這個題目對要考試的朋友們有些幫助。（不過考前還是要認真準備啦~）

## 四、規律邏輯

### 活動一：字母顏色的規律 答對率：65%

把 A~Z 的字母寫出來，根據某個規則決定各個字母的顏色，寫出來的字母如下：

**A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V**

請問照著這個規律，接下來要寫的 WXYZ 各要用什麼顏色？

### <<解析>>

紅色：字母只有左右對稱

藍色：字母只有上下對稱

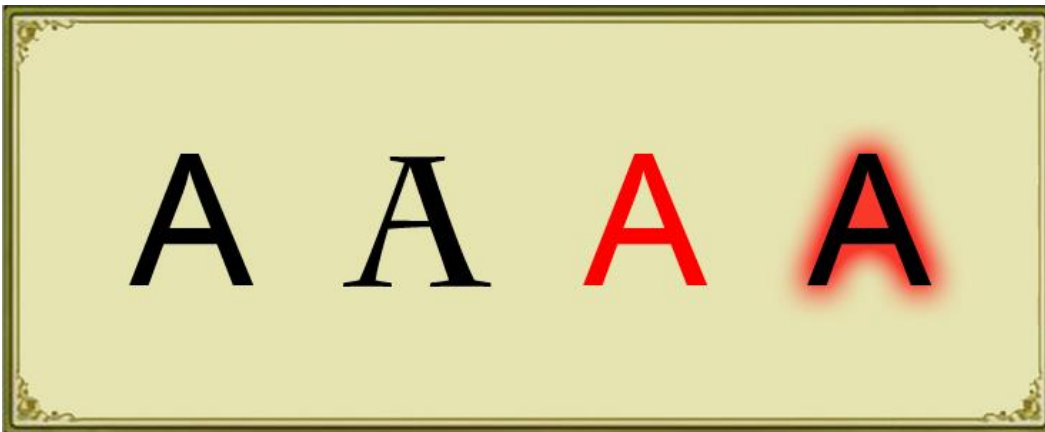
綠色：字母左右對稱、上下也對稱

黑色：字母左右不對稱、上下也不對稱

WXYZ

### 活動二：例外的 A 答對率：70%

下圖中有個 A 對其他的 A 而言是例外的，請問是哪個 A 呢？



#### <<解析>>

最右邊的 A 有紅色的外光暈，其餘的 A 沒有。

右邊第二個 A 是紅色的，其餘的 A 是黑色。

左邊第二個 A 的字體與其他的 A 不同。

**最左邊的 A** 與其他的 A 相較之下並沒有任何的特別，所以他是例外中的例外了。

### 活動三：簡單找規律 答對率：81%

一個數列的前四個數字是：35, 79, 1113, 1517，請問，第五個數字應該是什麼呢？

35, 79, 1113, 1517, ?

#### <<解析>>

把 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... 奇數一直列下去，  
兩兩合成一個數字，就是題目的數列：  
35, 79, 1113, 1517, **1921**, 2325, ...

資料來源：

<http://gameschool.cc/puzzle/selected/c22/?o=date>

<https://www.businesstoday.com.tw/article/category/183034/post/202007090027/>

<https://zh.wikipedia.org/zh->

[tw/%E8%92%99%E6%8F%90%E9%9C%8D%E7%88%BE%E5%95%8F%E9%A1%8C](https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E8%92%99%E6%8F%90%E9%9C%8D%E7%88%BE%E5%95%8F%E9%A1%8C)